

20. Sum to infinity the series

$$\cos \theta + \frac{\sin \theta}{1} \cos \theta - \frac{\sin^2 \theta}{1.2} \cos 3\theta + \dots \text{ to } \infty$$

கந்தழிவரை தொடரின் கூடுதல் காண்க.

$$\cos \theta + \frac{\sin \theta}{1} \cos \theta + \frac{\sin^2 \theta}{1.2} \cos 3\theta + \dots \infty$$

NOVEMBER/DECEMBER 2019

BMA12 — TRIGONOMETRY

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL the questions.

1. Write the formula for $\cos n\theta$.

$\cos n\theta$ -ன் சூத்திரத்தை எழுதுக.

2. Expand : $\tan 5\theta$.

விவரிக்க: $\tan 5\theta$

3. If $x = \cos \theta + i \sin \theta$, what is $x^n - \frac{1}{x^n}$?

$x = \cos \theta + i \sin \theta$, எனில் $x^n - \frac{1}{x^n}$ யாது?

4. What is the last term in the expansion of $2^{n-1} \cos^n \theta$ when n is even?

n இரட்டை எனும் போது $2^{n-1} \cos^n \theta$ -ன் விரிவில் கடைசி உறுப்பு யாது?



5. Prove: $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$.

நிறுவுக: $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

6. Prove: $\cosh^2 \theta - \sinh^2 \theta = 1$.

நிறுவுக: $\cosh^2 \theta - \sinh^2 \theta = 1$

7. State cot's properties of the circle.

வட்டத்தின் கோட்ஸ் பண்புகளைக் கூறுக.

8. Find the value of $\log(1+i)$.

$\log(1+i)$ ன் மதிப்பு காண்க.

9. Find the T_r of the series:

$$\sin^3 \frac{\theta}{3} + 3 \sin^3 \frac{\theta}{3^2} + 3^2 \sin^3 \frac{\theta}{3^3} + \dots \text{to } n \text{ terms.}$$

தொடரின் T_r ஐக் காண்க.

$$\sin^3 \frac{\theta}{3} + 3 \sin^3 \frac{\theta}{3^2} + 3^2 \sin^3 \frac{\theta}{3^3} + \dots n$$

உறுப்புகள் வரை.

17. Expand $\sin^3 \theta \cos^5 \theta$ in a series of sines of multiples of θ .

$\sin^3 \theta \cos^5 \theta$ ஐ θ வின் மடங்குகளில் சைனின் தொடராக விவரிக்க.

18. (a) Prove that if $\sin(\theta+i\phi) = \tan(x+iy)$ then

$$\frac{\tan \theta}{\tanh \phi} = \frac{\sin 2x}{\sinh 2y}.$$

(b) If $\sin(\theta+i\phi) = \tan \alpha + i \sec \alpha$ then

$$\cos 2\theta \cosh 2\phi = 3.$$

(அ) நிறுவுக: $\sin(\theta+i\phi) = \tan(x+iy)$ எனில்

$$\frac{\tan \theta}{\tanh \phi} = \frac{\sin 2x}{\sinh 2y}.$$

(ஆ) நிறுவுக: $\sin(\theta+i\phi) = \tan \alpha + i \sec \alpha$ எனில்

$$\cos 2\theta \cosh 2\phi = 3.$$

19. Find the general value of $\log_{(-3)}(-2)$.

$\log_{(-3)}(-2)$ ன் பொதுவான மதிப்பு காண்க.

(b) Sum the following series upto n terms:

$$\tan^{-1} \frac{1}{1+1+1^2} + \tan^{-1} \frac{1}{1+2+2^2} + \tan^{-1} \frac{1}{1+3+3^2}$$

n உறுப்புகள் வரை கீழ்க்கண்டத் தொடரைக் கூட்டுக.

$$\tan^{-1} \frac{1}{1+1+1^2} + \tan^{-1} \frac{1}{1+2+2^2} + \tan^{-1} \frac{1}{1+3+3^2}$$

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. Expand $\sin 7\theta$ as a polynomial in $\sin \theta$. Hence obtain the cubic equation whose roots are $\sin^2 \frac{2\pi}{7}, \sin^2 \frac{4\pi}{7}, \sin^2 \frac{6\pi}{7}$.

$\sin 7\theta$ வை $\sin \theta$ வின் பல்லுறுப்புக் கோவையாக

விவரிக்க, அதிலிருந்து $\sin^2 \frac{2\pi}{7}, \sin^2 \frac{4\pi}{7}, \sin^2 \frac{6\pi}{7}$ ஐ

மூலங்களாகக் கொண்ட முப்படிச் சமன்பாடு காண்க.

10. Prove: $\pi = 2\sqrt{3} \left\{ 1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3^2} - \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3^3} + \dots \right\}$

நிறுவக: $\pi = 2\sqrt{3} \left\{ 1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3^2} - \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3^3} + \dots \right\}$

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL the questions.

11. (a) Prove:

$$\frac{\sin 7\theta}{\sin \theta} = 7 - 56 \sin^2 \theta + 112 \sin^4 \theta - 64 \sin^6 \theta$$

நிறுவக:

$$\frac{\sin 7\theta}{\sin \theta} = 7 - 56 \sin^2 \theta + 112 \sin^4 \theta - 64 \sin^6 \theta,$$

Or

(b) Prove: $\sin \frac{\pi}{5} \cdot \sin \frac{2\pi}{5} \cdot \sin \frac{3\pi}{5} \cdot \sin \frac{4\pi}{5} = \frac{5}{16}$.

நிறுவக: $\sin \frac{\pi}{5} \cdot \sin \frac{2\pi}{5} \cdot \sin \frac{3\pi}{5} \cdot \sin \frac{4\pi}{5} = \frac{5}{16}$

12. (a) Expand $\sin^7 \theta$ in a series of sines of multiples of θ .

$\sin^7 \theta$ -ஐ θ வின் மடங்குகளில் சைனின் தொடராக விவரிக்க.

Or

- (b) Find: $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1}$.

மதிப்பு காண்க: $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1}$

13. (a) Find $\sinh^{-1} x$ in terms of logarithmic function.

$\sinh^{-1} x$ ஐ மடக்கை சார்பின் உறுப்புகளில் காண்க.

Or

- (b) If $\sin(A + iB) = x + iy$, then prove the following.

(i) $\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1,$

(ii) $\frac{x^2}{\cosh^2 B} + \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$

$\sin(A + iB) = x + iy$ எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக.

(i) $\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1,$

(ii) $\frac{x^2}{\cosh^2 B} + \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$

14. (a) Resolve into real factors of $x^{15} - 1$.

$x^{15} - 1$ ஐ மெய் காரணிகளாக பிரிக்க.

Or

If $\log \sin(\theta + i\phi) = L + iB$, prove that $2e^{2L} = \cosh 2\phi - \cos 2\theta$.

$\log \sin(\theta + i\phi) = L + iB$ எனில் $2e^{2L} = \cosh 2\phi - \cos 2\theta$ என நிறுவுக.

15. (a) Find the sum of the series

$$\tan^{-1} \frac{x}{1+1.2x^2} + \tan^{-1} \frac{x}{1+2.3x^2} + \dots \tan^{-1} \frac{x}{1+n(n+1)x^2}$$

$$\tan^{-1} \frac{x}{1+1.2x^2} + \tan^{-1} \frac{x}{1+2.3x^2} + \dots \tan^{-1} \frac{x}{1+n(n+1)x^2}$$

என்றத் தொடரின் கூடுதல் காண்க.

Or