

18. The plane ABC , whose equation is $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = 1$ meets the axis at A, B, C . Find the equation to the circum-circle of the triangle ABC and obtain the Co-ordinates of its centre and radius.

ABC என்ற தளத்தின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = 1$ மற்றும் அது அச்சுகளை A, B, C எனும் புள்ளிகளில் சந்திக்கும்போது முக்கோணம் ABC -ன் சுற்றுவட்டத்தின் சமன்பாட்டினை கண்டறிந்து அதன் மையம் மற்றும் ஆரப்புள்ளிகளை காண்க.

19. Find the condition for the equation $F(x, y, z) \equiv ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ to represent a cone.

$F(x, y, z) \equiv ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு கூம்பின் சமன்பாடாக இருப்பதற்கான நிபந்தனைகளை கண்டறிக.

20. Find the equation of a right circular cylinder of radius 3 with axis $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{6} = \frac{z-1}{2}$.

வலது வட்ட உருளையின் ஆரம் 3 ஆகவும் அதன் அச்ச $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{6} = \frac{z-1}{2}$ ஆகவும் இருக்குமெனில் அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

NOVEMBER/DECEMBER 2018

BMA22 — ANALYTICAL GEOMETRY OF THREE DIMENSIONS

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

- Find the equation of the plane passing through (3, 4, 5) and parallel to the plane $2x + 3y - z = 0$.
(3, 4, 5) எனும்புள்ளி வழியாகவும், $2x + 3y - z = 0$ எனும் தளத்திற்கு இணையாகவும் இருக்கும் தளத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
- Write down the normal form of the equation of the plane.
ஒரு தளத்தின் சாதாரண வடிவத்திற்கான சமன்பாட்டை எழுதுக.
- What to be find to put the equation of the line into the symmetrical form.
ஒரு நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை சமச்சீரான வடிவத்தில் வைக்க என்ன கண்டுபிடிக்க வேண்டும்?

4. Write the equation of the straight line passing through two given points (x_1, y_1, z_1) and (x_2, y_2, z_2) .

(x_1, y_1, z_1) மற்றும் (x_2, y_2, z_2) எனும் இரண்டு புள்ளிகளின் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

5. Define: A Sphere.

கோளம் - வரையறு.

6. Find the equation of the sphere which has its centre at the point $(6, -1, 2)$ and touches the plane $2x - y + 2z - 2 = 0$.

மையப்புள்ளி $(6, -1, 2)$ உடைய மற்றும் $2x - y + 2z - 2 = 0$ என்ற தளத்தை தொடும் கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

7. Define: Right Circular Cone.

வலது வட்ட கூம்பை வரையறு.

8. Find the general equation to a cone which touches the co-ordinates planes.

தளத்தின் ஆயத்தைத் தொடும் கூம்பின் பொது சமன்பாட்டினை காண்க.

$$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$$

என்ற தளத்தில்

$$ax + by + cz + d = 0$$

என்ற தளத்தின் பிரதிபலிப்பு

$$2(aa_1 + bb_1 + cc_1)$$

$$(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) =$$

$$(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2) (ax + by + cz + d) \text{ என நிறவுக.}$$

17. Prove that the standard deviation between the lines $ax + by + cz + d = 0 = a_1x + b_1y + c_1z + d_1$ and

$$ax + \beta y + \gamma z + \delta = 0 = \alpha_1x + \beta_1y + \gamma_1z + \delta_1 \text{ is}$$

$$\left| \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & \delta_1 \end{array} \right| \div \left\{ \sum (BC' - B'C)^2 \right\}^{1/2}, \text{ where}$$

$$A = bc_1 - b_1c, A' = \beta\gamma_1 - \beta_1\gamma \text{ etc.}$$

$$ax + by + cz + d = 0 = a_1x + b_1y + c_1z + d_1 \text{ மற்றும்}$$

$$ax + \beta y + \gamma z + \delta = 0 = \alpha_1x + \beta_1y + \gamma_1z + \delta_1 \text{ ன்}$$

$$\left| \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & \delta_1 \end{array} \right| \div \left\{ \sum (BC' - B'C)^2 \right\}^{1/2}$$

$$\text{என நிறவுக. இதில் } A = bc_1 - b_1c, A' = \beta\gamma_1 - \beta_1\gamma \text{ etc.}$$

12. (a) Prove that the lines $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+10}{8} = \frac{z-1}{2}$;

$\frac{x+3}{-4} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-4}{1}$ are coplanar. Find also the point of intersection and the plane passing through them.

$$\frac{x+1}{-3} = \frac{y+10}{8} = \frac{z-1}{2} ; \quad \frac{x+3}{-4} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-4}{1}$$

எனும் கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமைந்தவை என நிறுவுக. மேலும் இக்கோடுகளை சந்திக்கும் புள்ளி மற்றும் கோட்டின் வழியே செல்லும் தளம் இவற்றை கணக்கிடுக.

Or

- (b) Find the perpendicular distance from $P(3, 9, -1)$ to the line $\frac{x+8}{-8} = \frac{y-31}{1} = \frac{z-13}{5}$.

$P(3, 9, -1)$ எனும் புள்ளியிலிருந்து $\frac{x+8}{-8} = \frac{y-31}{1} = \frac{z-13}{5}$ எனும் கோட்டிற்கான செங்குத்து தொலைவினைக் கணக்கிடுக.

13. (a) Show that the plane $2x - y - 2z = 16$ touches the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ at the point (x_1, y_1, z_1) is $xx_1 + yy_1 + zz_1 = r^2$.

(x_1, y_1, z_1) எனும் புள்ளியில் $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ எனும் கோளத்தை $2x - y - 2z = 16$ என்ற தளம் தொடும் போது $xx_1 + yy_1 + zz_1 = r^2$ எனக்காட்டுக.

Or

- (b) Find the equation to the sphere passing through the four points and determine its radius: $(0, 0, 0)$, $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$, $(0, 0, c)$.

$(0, 0, 0)$, $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$, $(0, 0, c)$ என்ற நான்கு புள்ளிகள் வழியே செல்லும் கோளத்தின் சமன்பாட்டையும் அதன் ஆரத்தையும் கணக்கிடுக..

14. (a) Find the equations of the tangent planes to the cone $9x^2 - 4y^2 + 16z^2 = 0$ which contain the line $\frac{x}{3^2} = \frac{y}{7^2} = \frac{z}{7^2}$.

$\frac{x}{3^2} = \frac{y}{7^2} = \frac{z}{7^2}$ என்ற கோட்டை கொண்டுள்ள $9x^2 - 4y^2 + 16z^2 = 0$ எனும் கூம்பின் தொடுகோடு தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Or

- (b) Find the equation of the cone with vertex O and base curve, the conic in which the surface $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ is cut by the plane $4x + m_1y + n_1z = p$.

உச்சி O மற்றும் அடிப்படை வளைவு கொண்ட ஒரு கூம்பின் மேற்பரப்பு $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ ஆனது $4x + m_1y + n_1z = p$ என்ற தளத்தினை வெட்டும் எனில், அக்கூம்பின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

15. (a) Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to Z-axis and the guiding curves $ax^2 + by^2 = cz$, $lx + my + nz = p$.

ஒரு உருளையின் ஜெனரேட்டர்கள் Z-அச்சுக்கு இணையாகவும். அதன் வழிகாட்டி வளைவுகள் $ax^2 + by^2 = cz$ மற்றும் $lx + my + nz = p$ ஆகவும் இருக்கும் போது அதன் சமன்பாட்டினை காண்க.

Or

- (b) Find the equation of the enveloping cylinder of the surface $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ having the generator parallel to $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$.

உறைகூழ் உருளையின் மேற்பரப்பு $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ மற்றும் அதன் இணை ஜெனரேட்டர் $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$ எனில் அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Prove that the reflection of the plane $ax + by + cz + d = 0$ in the plane $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ is the plane $2(aa_1 + bb_1 + cc_1)(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) = (a_1^2 + b_1^2 + c_1^2)(ax + by + cz + d)$.

9. Define: Cylinder.

உருளை - வரையறு.

10. Define: Enveloping Cylinder.

உறை உருளையை வரையறு.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Find the equation of the plane passing through the points (2, -5, -3), (-2, -3, 5) and (5, 3, -3).

(2, -5, -3), (-2, -3, 5) மற்றும் (5, 3, -3) என்ற புள்ளிகளின் வழியே செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Or

- (b) Find the equation of the plane passing through the point (1, -2, 3) and intersect the planes $2x - y + 4z = 7$ and $x + 2y - 3z + 8 = 0$.

$2x - y + 4z = 7$ மற்றும் $x + 2y - 3z + 8 = 0$ என்ற தளங்களை சந்திக்கின்ற மற்றும் (1, -2, 3) எனும் புள்ளி வழியே செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.